

STRUCTURES

ELASTIQUES



DOCUMENT PEDAGOGIQUE

TP Etude d'un tube cylindrique sous pression

PLATEFORME D'INGENIERIE EXPERIMENTALE
CAMPUS DE ST CYR L'ECOLE – BATIMENT 4

L'objectif de ce TP est d'étudier la répartition des contraintes et des déformations dans un tube cylindrique d'épaisseur fine soumis à une pression interne constante. Le tube est en aluminium caractérisé par les coefficients de Lamé $\lambda = 55$ GPa et $\mu = 25$ GPa. Le rayon intérieur est $R = 40$ mm et l'épaisseur est $e = 3$ mm. Une pompe permet d'imposer une pression interne uniforme dans le tube pouvant atteindre 2,5 MPa. Le circuit hydraulique est équipé d'un manomètre et des jauges de déformation, placées selon différentes orientations sur le cylindre, permettent de mesurer les allongements relatifs induits par l'élévation de pression interne.



Le tube contient deux pistons mobiles qui peuvent éventuellement s'appuyer sur les brides extérieures du tube. Deux types d'essais peuvent ainsi être réalisés :

- les pistons sont maintenus par des vis extérieures pour laisser le tube libre en translation selon l'axe longitudinal.
- les pistons s'appuient sur les brides extérieures pour exercer une contrainte longitudinale supplémentaire sur le tube.

Pour ces deux configurations, on souhaite comparer pour différentes valeurs de la pression interne les contraintes dans l'enveloppe obtenues expérimentalement, théoriquement et numériquement. Ces contraintes seront étudiées pour des niveaux de pressions compris entre 0 et 2,5 MPa évoluant par pas de 0,5 MPa.

A. Travail préliminaire

Pour les deux configurations, le tenseur des contraintes et le tenseur des déformations dans le tube ont pour expressions respectives

$$\bar{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{rr} & \sigma_{r\theta} & \sigma_{rz} \\ \sigma_{r\theta} & \sigma_{\theta\theta} & \sigma_{\theta z} \\ \sigma_{rz} & \sigma_{\theta z} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \bar{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{rr} & \varepsilon_{r\theta} & \varepsilon_{rz} \\ \varepsilon_{r\theta} & \varepsilon_{\theta\theta} & \varepsilon_{\theta z} \\ \varepsilon_{rz} & \varepsilon_{\theta z} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

Quelles hypothèses peuvent être faites afin de simplifier ce problème ? Préciser alors pour les deux configurations, quelles composantes de ces deux tenseurs peuvent être négligées.

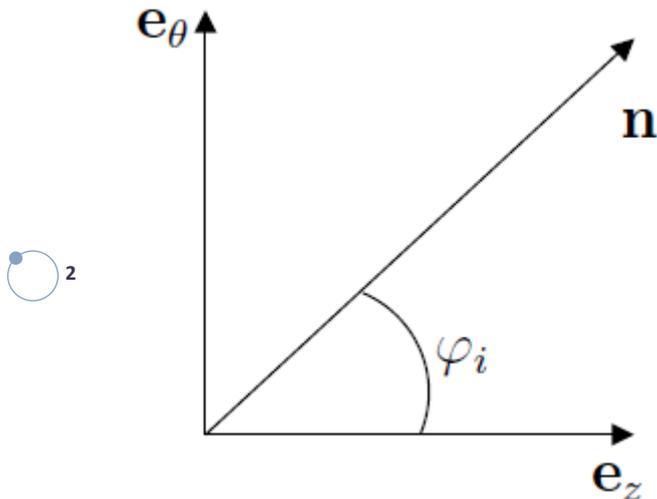
Le tenseur des contraintes et le tenseur des déformations sont reliés par la loi de Hooke :

$$\bar{\sigma} = \lambda Tr \bar{\varepsilon} \bar{I} + 2\mu \bar{\varepsilon} \quad (3.1)$$

A partir de cette loi de comportement, déterminer les expressions des composantes non nulles du tenseur des contraintes en fonction des composantes non nulles du tenseur des déformations.

B. Travail expérimental

L'allongement relatif ε_i mesuré par une jauge orientée selon la direction \vec{n} faisant un angle φ_i avec l'axe z est relié aux composantes du tenseur des déformations par la relation



$$\varepsilon_i = (0, \sin \varphi_i, \cos \varphi_i) \bar{\varepsilon} \begin{pmatrix} 0 \\ \sin \varphi_i \\ \cos \varphi_i \end{pmatrix}$$

A partir des six jauges de déformations placées sur le tube, en appliquant une pression dans ce dernier, déterminer pour chaque configuration les composantes $\varepsilon_{\theta\theta}$, $\varepsilon_{\theta z}$ et ε_{zz} . Les valeurs mesurées sont ensuite récupérées via l'interface du logiciel "ThinCylinder". Les mesures des allongements relatifs (en $\mu\text{m.m}^{-1}$) ainsi que de la pression (en MPa) dans le tube sont affichées directement à l'écran. Afin d'obtenir les expressions des contraintes $\sigma_{\theta\theta}$ et σ_{zz} , il est nécessaire d'éliminer la déformation ε_{rr} . Pour cela, les déformations étant mesurées sur la surface extérieure du tube, la valeur de la contrainte σ_{rr} sur cette surface doit être utilisée. En déduire l'expression de ε_{rr} , puis celles de $\sigma_{\theta\theta}$ et σ_{zz} en fonction des déformations $\varepsilon_{\theta\theta}$ et ε_{zz} .

C. Approximations des tubes minces

Lorsque l'épaisseur du tube est fine devant son rayon, certaines approximations peuvent être effectuées. Ainsi, pour les deux configurations la contrainte $\sigma_{\theta\theta}$ a pour expression

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{PR}{e}$$

Si le cylindre est ouvert aux extrémités, la contrainte σ_{zz} est nulle et si le cylindre est fermé, la contrainte $\sigma_{\theta\theta}$ a pour expression

$$\sigma_{zz} = \frac{PR}{2e}$$

Pour chaque niveau de pression interne, calculer les contraintes $\sigma_{\theta\theta}$ et σ_{zz} théoriques.

D. Modélisation numérique

La modélisation numérique de cette expérience est réalisée en utilisant la méthode des éléments finis à l'aide du logiciel RDM 6.0. Après ouverture du logiciel, ouvrir le fichier "tube.geo". Appliquer maintenant les efforts subis par l'enveloppe dans les deux configurations. Pour cela, appliquer la pression interne appliquée sur la face interne de l'enveloppe. Pour la seconde configuration, il sera nécessaire de rajouter la pression agissant sur les brides extérieures de l'enveloppe. Pour chaque configuration et pour chaque niveau de pression, mesurer les contraintes $\sigma_{\theta\theta}$ et σ_{zz} et comparer les avec celles obtenues théoriquement et expérimentalement.

SORBONNE UNIVERSITE

Faculté des Sciences et Ingénierie
Plateforme d'Ingénierie Expérimentale
Campus de Saint-Cyr-l'Ecole
2 Place de la Gare de Ceinture
78210 SAINT CYR L'ECOLE



Campus de St Cyr - Sorbonne Université

REJOINDRE LA PLATEFORME

Accès en **train**, arrêt Saint Cyr :

Depuis Montparnasse, ligne N

Depuis La Défense, ligne U

Depuis Saint Michel ND, RER C

Prévoir ensuite 10 mn de **marche**

Accès en **voiture** :

Coordonnées GPS

N 48.80217°

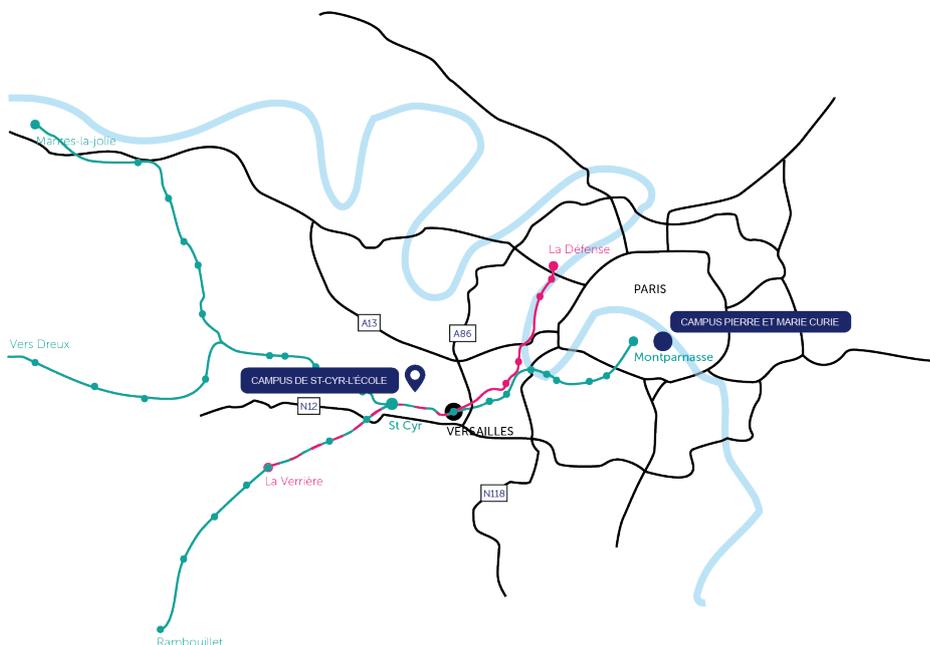
E 2.07639

Accueil campus

01.44.27.95.64

Informations et réservations TP

01.44.27.95.22



→ www.sorbonne-plateforme-ingenierie-experimentale.fr